

15 JUNI 1

Samengaan van Telegraaf- en Telefoonverbindingen

46-68

P. A. de Boer

(Vervolg van blz. 144)

Gevers (microfoons) en ontvangers

Het is opmerkelijk dat uitvindingen soms worden gedaan op een tijdstip dat er a.h.w. op wordt gewacht; een bijzonder voorbeeld hiervan is wel de uitvinding van de telefoon.

Meerdere onderzoekers hebben hieraan gewerkt; wij Nederlanders geven de eer aan Graham Bell en David E. Hughes, maar in Duitsland wordt stellig beweerd, dat Johann Philipp Reis reeds in 1863 deze uitvinding op zijn naam bracht. Afb. 8.



Afbeelding 8.

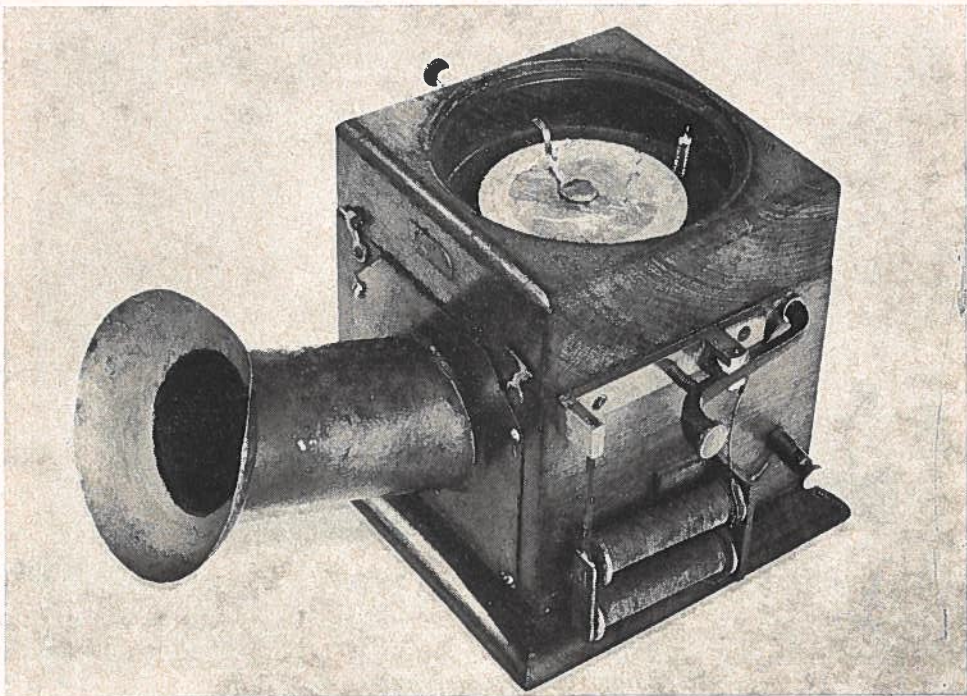
*Johann Philipp Reis
(1815-1891) die in 1863
een toestel construeerde
waarmede geluid werd
overgebracht.*

In afb. 9 is een der vele constructies van Reis afgebeeld (zijn 10e gever); de trechter leidde de luchttrillingen, veroorzaakt door de menselijke stem, naar een trilplaat, waarop een contact rustte dat *stroomonderbrekingen* veroorzaakte. Sommige latere onderzoekers achten dit een principiëel verschil met de *stroom-schommelingen* van de weerstandmicrofoon. Voor anderen betreft het hier slechts een verschil in modulatiediepte van de gelijkstroom.

De eerste onderzoekers spraken van „gevers” (microfoons) en „ontvangers” (telefonen). Wij zullen hun taal respecteren en pas bij de moderne uitvoeringen de ons bekende namen gebruiken.

Als ontvanger gebruikte Reis twee draadspoeltjes die een ankertje aantrokken, in afb. 9 is rechts onderaan het ontvangedeelte te zien.

Als we stellen dat het Reis gelukte enkele tonen (van verschillende frequen-



Afbeelding 9.

ties) over te brengen, dan valt niet te ontkennen dat hij langs elektrische weg geluid heeft overgebracht. Maar dit is nog iets anders dan verstaanbare spraak; een feit is dat het systeem van Reis slechts weinig werd toegepast.

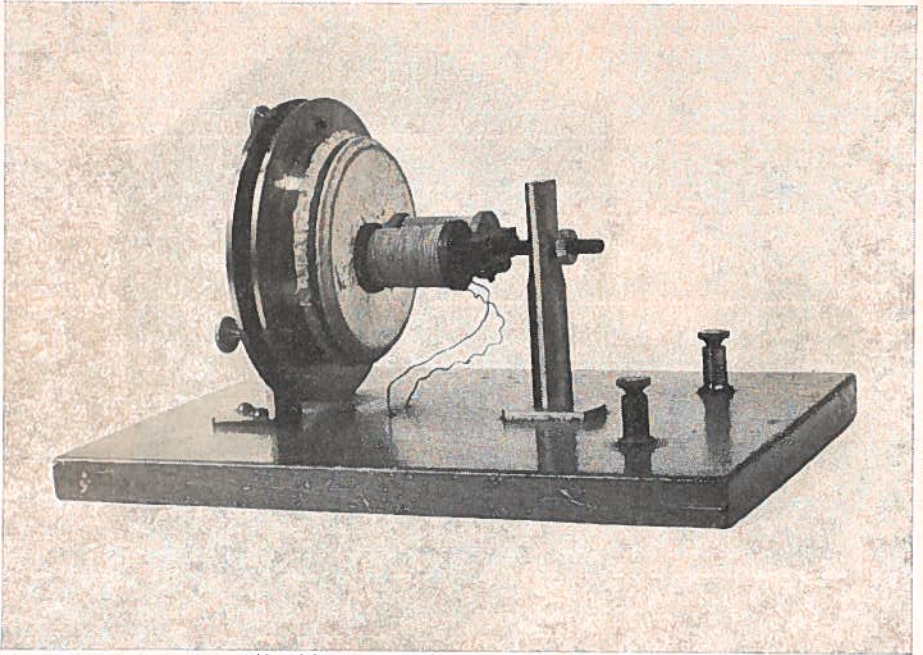
Maar het probleem bleef vele onderzoekers boeien; zelfs Edison deed mee aan de wedloop. Haast dramatisch was de strijd tussen Graham Bell die zijn gever (ook bruikbaar als ontvanger) op 14 februari 1876 bij het „American Patent Office” te Boston aanmeldde en een andere uitvinder, Elisha Gray, die dit twee uren later te Chicago deed. Hun toestellen zijn te zien als afb. 10.

Beide toestellen berustten op hetzelfde principe: een strak gespannen vlies bevat in het midden een dun stukje weekstaal; op korte afstand daarvan is een elektromagneet geplaatst. Het vlies (de trilplaat) beweegt en verandert de veldsterkte, waardoor een zwakke wisselstroom ontstaat in het ritme van de spraak.

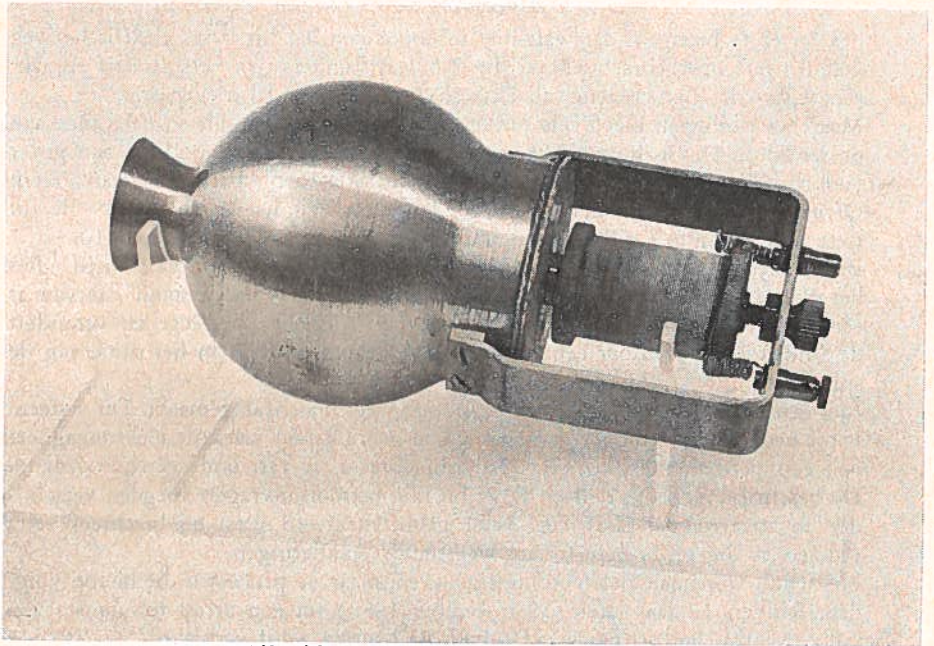
Met eenzelfde toestel werden de trillingen weer hoorbaar gemaakt. Dit systeem is tot heden als ontvanger ongewijzigd in gebruik; dat naast de elektromagneet ook een permanente magneet werd aangebracht, is van ondergeschikt belang. De beschrijvingen die Bell en Gray bij hun octrooiaanvragen voegden verschillen in zoverre, dat Gray veel beter gedocumenteerd was; hij beschreef zelfs een gever, die reeds berustte op weerstandsveranderingen.

Niettemin werd aan Bell voorrang gegeven, maar de processen die hierop volgden, leidden 12 jaar later (18 november 1888) tot een arrest ten gunste van Gray, waarbij het octrooi van Graham Bell nietig werd verklaard.

(wordt vervolgd)



Afbeelding 10a. Ontvanger van Graham Bell.



Afbeelding 10b. Ontvanger van Elisha Gray.

Wij en de elektronentechniek VIII

(Vervolg van blz. 137)



HOE KUNNEN GELUIDEN
WORDEN GEREGISTREERD
EN WEERGEGEVEN?



GELUIDSREGISTRATIE

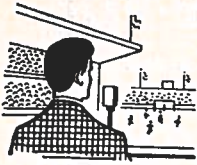
Een microscopisch kleine edelsteen aan een vederlichte arm betast de honderden meters lange groef, die in de vorm van een spiraal is aangebracht in een zwarte, glanzende grammfoonplaat. Uit een luidspreker klinkt muziek. Zo wordt geluid weergegeven, dat eens — misschien vele jaren geleden en duizenden kilometers ver — heeft geklonken. Een dunne band van kunststof, bedekt met een laagje ijzeroxyde, glijdt langs de „koppen” van een bandrecorder. Iemand spreekt voor een microfoon. Een magnetisch veld beïnvloedt in het ritme van de geluidstrillingen het ijzer op de band. Straks zal deze stem honderden, desnoods duizenden keren precies zo kunnen klinken, op iedere gewenste tijd. Geluiden kunnen met technische installaties worden vastgelegd (geregistreerd) en nadien worden weergegeven op zodanige wijze, dat het soms moeilijk is te horen, dat het kunstmatig opgewekt geluid is.

De historie

In het jaar 1877 gelukte het Thomas Alva Edison als eerste, geluiden vast te leggen. Voor het opnemen gebruikte hij een ronddraaiende, met tinfoolie beklede cilinder. Daarin werd een spiraalgroef gegraveerd door een naald, die door geluid aan het trillen werd gebracht. Bij het *afspelen* op zijn „phonograph” brachten de golvingen van de groef wederom een naald in trilling, die was verbonden met een trilplaatje. Een hoorn versterkte het op deze wijze verkregen geluid.

In 1888 kwam Berliner met zijn „gramophone”, waarbij de spiraalgroef was aangebracht in een vlakke, zinken schijf: de voorloper van onze huidige grammfoonplaten. Tien jaar later demonstreerde de Deen Valdemar Poulsen een apparaat, waarbij de geluidsregistratie volgens een geheel ander systeem plaats vond. Hij maakte gebruik van een op een cilinder gewikkelde staaldraad, waarop het geluid magnetisch werd vastgelegd. Later werd de draad vervangen door staalband en weer later — in 1929 — werd een band van celluloid gebruikt, waarop gemalen ijzeroxyde was aangebracht.

De toepassing op grotere schaal van de radiobuis in 1919 heeft de ontwikkeling van geluidsregistratietechnieken belangrijk versneld. De geluidsfilm kwam en in 1936 werden vele van de toen een tiental jaren bestaande radio-omroep-



HOE KUNNEN GELUIDEN WORDEN GEREgistREERD EN WEERGEGEVEN?



zenders uitgerust met Philips-Miller-installaties, waarbij eveneens banden van celluloid werden gebruikt, maar waarbij de „aftasting” plaats vond met behulp van licht. Kort daarna (in 1948) werd de al in hoge mate geperfectioneerde grammofoonplatentechniek nog verder verbeterd door de invoering van zg. minigroefplaten.

Tegenwoordig geschiedt het registreren van geluiden volgens preciese methoden met uitgebalanceerde hulpmiddelen. Zowel bij het vastleggen als bij het weergeven speelt de elektronentechniek een belangrijke rol en geluidswaergave met een verrassende echtheid is nu ook in de huiskamer mogelijk.

Om iets te kunnen begrijpen van de manier, waarop geluid wordt vastgelegd op een grammofoonplaat of op een magnetische band (deze beide zijn verreweg het belangrijkste), is het noodzakelijk iets meer te weten van een natuurkundig verschijnsel, dat bekend is als het elektro-magnetisme.

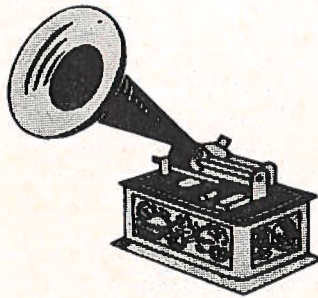


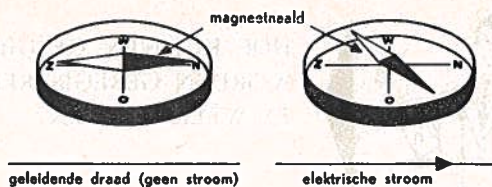
Fig. 1. De phonogram van Edison, met veermotor.

Elektro-magnetisme

Wanneer door een draad een elektrische stroom gaat, kunnen rond deze draad magnetische verschijnselen (een „magnetisch veld”) worden aangetoond, bijv. door een gevoelig magnetisch kompas in de buurt te houden. Door de draad tot een spoel te wikkelen en in die spoel een kern van weekijzer te steken, wordt het magnetische veld aanzienlijk sterker gemaakt. Op deze wijze kan een elektromagneet worden samengesteld, die ijzeren voorwerpen aantrekt zolang een elektrische stroom door de spoel wordt gevoerd. De ijzeren kern werkt als een magneet, die sterker is, naarmate de elektrische stroom groter is; zodra de stroom ophoudt, verdwijnt het magnetisme.

Zoals veel natuurkundige verschijnselen is ook dit „omkeerbaar”, d.w.z. dat in een spoel ook door middel van een magneet een elektrische stroom kan worden opgewekt. Wanneer door een spoel, waarvan de uiteinden met elkaar

Fig. 2.
Met behulp van
een gevoelig kompas
kan worden
aangetoond, dat een
elektrische stroom
een magnetisch veld
doet ontstaan.



zijn verbonden, een magneet wordt gestoken en in beweging wordt gehouden, dan ontstaan er in die spoel elektrische stromen. Hoe sterker de magneet (het magnetische veld) is en hoe krachtiger de bewegingen zijn, des te groter zijn de stromen. Zodra de magneet niet meer wordt bewogen, verdwijnt de elektriciteit. Hierop berust bijv. de werking van een rijwieldynamo, een bandrecorder en van sommige typen microfoons en gramfoon-opnemelementen, waarbij ofwel een magneet(je) ten opzichte van een stilstaande spoel wordt bewogen, ofwel een bewegende spoel zich in de nabijheid van een vaste magneet bevindt.

Gramfoonplaten

Bij het registratieproces voor gramfoonplaten moeten elektrische trillingen, die zijn opgewekt door geluiden met een microfoon op te vangen, de snijbeitel van het registreerapparaat in trilling brengen (vergelijk met de graveernaald van Edison). Hierbij wordt gebruik gemaakt van elektro-magnetische krachten, die ontstaan door de aantrekking en afstoting van twee magneten, die in elkaars nabijheid worden gebracht.

De elektrische trillingen worden met radiobuizen versterkt en toegevoerd aan een draadspoeltje, dat aan de snijbeitel (een zeer nauwkeurig geslepen stukje



Fig. 3. De snijbeitel
brengt een slingerende
groef aan in de lakplaat.



HOE KUNNEN GELUIDEN WORDEN GEREgistREERD EN WEERGEGEVEN?



staal, saffier of diamant) is gekoppeld en dat zich bevindt in het magnetische veld van een vaste magneet. Door het variërende magnetische veld, dat door de elektrische trillingen in het spoeltje wordt opgewekt, gaat dit laatste — en dus eveneens de snijbeitel — onder invloed van de vaste magneet een trillende beweging uitvoeren. Op deze wijze kan de snijbeitel, die bovendien gelijkmatig naar het midden van de plaat wordt bewogen, een slingerende spiraal-groef aanbrengen in een vlakke „master”-plaat, die met constante snelheid wordt rondgedraaid. De master-plaat bestaat uit een onderlaag van metaal of glas, waarop een dun laagje acetaatlaak is uitgegoten (men spreekt daarom ook wel van de lakplaat). Teneinde het snijden van de groef in de lakplaat te vergemakkelijken, wordt de snijbeitel meestal verwarmd, waardoor het onder meer mogelijk is ook zeer snelle trillingen (dus overeenkomend met de hoge tonen) te registreren.

Van de lakplaat worden, via enkele tussenbewerkingen, de matrijzen vervaardigd waarmee de eindprodukten, de grammofoonplaten worden geperst. Hierbij wordt de grondstof onder hoge druk gesmolten en tussen twee matrijzen geperst, waarbij tegelijkertijd de etiketten worden aangebracht. Vervolgens worden de randen van de plaat afgewerkt en gepolijst.

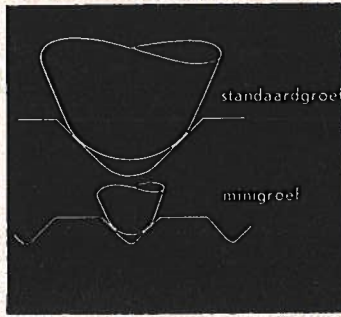
Het opnemelement

De „slingerende” groef in de grammofoonplaat wordt afgetast door een naald, die tegenwoordig meestal is voorzien van een punt van diamant of saffier (deze harde materialen zijn weinig aan slijtage onderhevig). De trillende beweging, die de naald hierdoor gaat uitvoeren, moet een elektrische trilling opwekken, die een getrouwe weergave vormt van die, welke destijds aan de snij-inrichting werd toegevoerd. Dit gebeurt in het opnemelement, waarvan verschillende uitvoeringen bestaan.

In een „magneto-dynamisch” opnemelement brengt de naald een zeer licht magneetje in trilling, dat zich in een draadspoeltje bevindt. Hierdoor wordt een (zwakke) elektrische trilling opgewekt, die aan een versterker wordt toegevoerd.

De meeste opnemelementen zijn van het kristaltype. De werking van deze opnemers berust op een natuurkundig verschijnsel (ontdekt door Pierre Curie), dat bekend is als „piezo-elektriciteit” (piezo = druk). Hieronder verstaat men de eigenschap van bepaalde materialen (bijv. sommige kristallen) om onder invloed van een elektrische spanning in te krimpen of uit te zetten. Ook dit natuurkundig verschijnsel kan weer worden „omgekeerd”, en dus kan men elektrische spanningen opwekken, door een piezo-elektrisch materiaal in bewe-

Fig. 4.
Vergelijking
tussen de
afmetingen van
een standaard- en
een minigroef
met de daarbij
gebruikte naalden.



ging te brengen. Hiervan wordt bij kristal-opnemer-elementen en bij zg. kristal-microfoons gebruik gemaakt.

Kristal-opnemer-elementen geven een grotere spanning af dan magneto-dynamische, maar de kwaliteit van het weergegeven geluid is in het algemeen minder. Veel opnemer-elementen zijn uitgerust met twee naalden: één voor standaard-grammofonplaten (deze moeten worden afgespeeld met 78 omwentelingen per minuut) en één voor „minigroef”-platen ($33\frac{1}{3}$ of 45 omw. p. min.). In fig. 4 is het verschil tussen de afmetingen van beide groefsoorten uitgebeeld, waarbij duidelijk wordt, waarom niet dezelfde naalden kunnen worden gebruikt. Een naald van standaard-grammofonplaten kan niet diep genoeg in een „minigroef” komen en veroorzaakt bovendien een sterke slijtage.

Voor speciale doeleinden worden platen vervaardigd, die moeten worden afgespeeld met $16\frac{2}{3}$ omw. p. min. De speelduur van een dergelijke plaat is vanzelfsprekend zeer lang, maar de geluidskwaliteit is minder goed, zodat de belangrijkste toepassing het weergeven van het gesproken woord is.

Bandrecorders

Na 1940 heeft de ontwikkeling van de magnetische geluidsregistratie een hoge vlucht genomen; op het ogenblik kan deze methode worden beschouwd als de belangrijkste.

In een bandrecorder wordt de band — bestaande uit een „drager” van bijv. plastic, waarop een zeer dun laagje ijzeroxyde is aangebracht — met constante snelheid langs een „opnamekop” gevoerd. Zo'n opnamekop bestaat uit een spoel met een ijzeren kern in de vorm van een bijna gesloten ring, met een

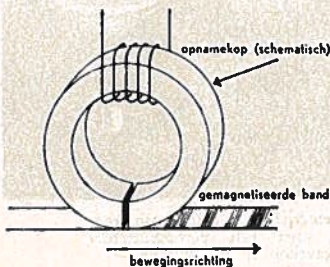
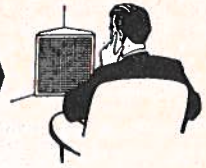


Fig. 5
Principe van de
magnetische
registratie.
Het wisselende
magnetische veld
in de luchtspleet
van de opnamekop
magnetiseert het
ijzeroxyde op de
band, die langs
deze luchtspleet
wordt getrokken.



HOE KUNNEN GELUIDEN WORDEN GEREGISTREERD EN WEERGEGEVEN?



zeer nauwe luchtspleet (enkele duizendsten millimeters breed), zoals in fig. 5 is uitgebeeld. Wanneer door de spoel een elektrische stroom wordt gestuurd, ontstaat er een magnetisch veld tussen de uiteinden van de kern (dus in de luchtspleet), dat sterker is naarmate de stroom door de spoel groter is. Onder invloed van dit veld wordt het ijzeroxyde op de band, die langs deze luchtspleet wordt getrokken, gemagnetiseerd, juist zoals een stalen naald kan worden gemagnetiseerd door er met een magneet langs te strijken. Indien een elektrische trilling aan de opnamekop wordt toegevoerd, ontstaan er op de band dus meer en minder sterk gemagnetiseerde gebiedjes, die een kopie of „afschrift” vormen van de elektrische trilling.

Wanneer de gemagnetiseerde band nu met dezelfde snelheid nogmaals langs een soortgelijke „kop” (de weergavekop) wordt getrokken, die op de ingang van een versterker is aangesloten, dan zal het variërende magnetische veld aan de band (zwakke) elektrische trillingen opwekken in de spoel van deze weergavekop. Gezien de overeenkomst tussen de omstandigheden bij het registreren („opnemen”) en weergeven, zullen deze elektrische trillingen overeenkomen met die, welke eerder aan de opnamekop werden toegevoerd. Met de versterker kunnen deze trillingen zoveel worden versterkt, dat ze met een luidspreker hoorbaar kunnen worden gemaakt (fig. 6).

Een aantrekkelijk voordeel van de magnetische registratie is, dat een eenmaal geregistreerd geluid desgewenst eenvoudig kan worden „uitgewist”, waarna de band weer voor een volgende opname gebruikt kan worden. Dat wissen kan op verschillende manieren gebeuren, bijv. door de band langs een magneet te trekken. Meestal worden magnetische banden gewist, door ze langs een „wiskop” te trekken, waaraan een elektrische trilling met een hoge frequen-

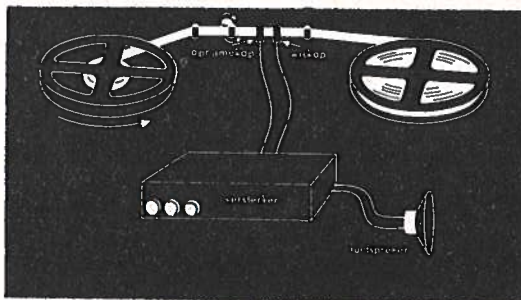


Fig. 6. Schematische opbouw van een bandrecorder, met een gecombineerde opname/weergavekop en een wiskop.

tie wordt toegevoerd. In vrijwel alle bandrecorders is deze wiskop vlak vóór de opnamekop geplaatst en wordt de band automatisch voor elke nieuwe opname uitgewist.

Band en plaat

De bandrecorder, die aanvankelijk de platenspeler scheen te gaan verdringen, is voor de grammofoonplatenmaatschappijen een belangrijk hulpmiddel gebleken. Niet alleen de radio-omroep, maar ook de industrie, de wetenschappelijke laboratoria en de televisie-studio's maken er een dankbaar gebruik van. Het belangrijke voordeel dat gedeelten uit een bandopname kunnen worden weggeknipt of uitgewist, en dat ook gedeelten kunnen worden tussengevoegd, maakt het mogelijk montages te maken, waarbij fouten kunnen worden hersteld en „klankbeelden” kunnen worden samengesteld. Bovendien kan een magnetische band direct na het opnemen worden afgespeeld, wat bij een plaat meestal niet het geval is. Vrijwel alle grammofoonopnamen en de meeste radioprogramma's worden tegenwoordig eerst op de magnetische band vastgelegd. Het is zelfs mogelijk gebleken televisieprogramma's magnetisch te registreren.

Tegenover deze en andere eigenschappen van magnetische banden heeft de grammofoonplaat het voordeel, dat hij zeer vlug kan worden opgezet en verwisseld en dat een bepaalde passage gemakkelijk kan worden teruggevonden.

Stereofonie

De verschillende geluiden, die wij met onze oren waarnemen, kunnen we onderscheiden door hun toonhoogte en sterkte en door de richtingen, waarin zich de geluidsbronnen bevinden. Daardoor zijn wij in staat bijvoorbeeld in

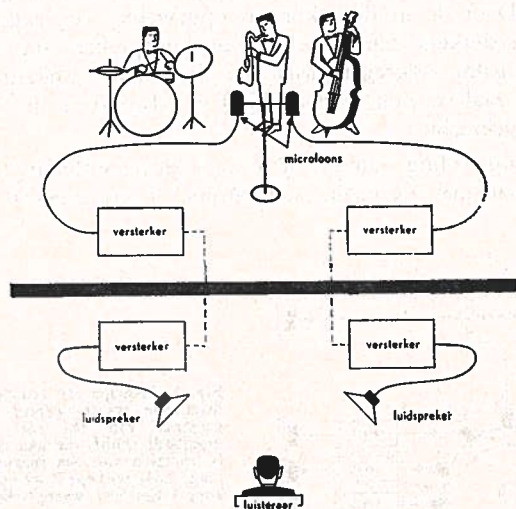


Fig. 7. Stereofonie. Boven: geluidsopname met twee microfoons en twee versterkers. Onder: geluidswaergave met twee gescheiden „kanalen”.

een concertzaal een vrij zachte vioolsolo goed te volgen tegen de achtergrondmuziek van een groot orkest.

Zouden we bij die gelegenheid één oor dichtstoppen, dan wordt het volgen van de solo moeilijker. Het „ruimtelijk horen” blijkt mogelijk te zijn dank zij onze twee oren.

Om ook bij kunstmatige weergave dit ruimte-effect te benaderen, is het noodzakelijk het geluid ook in twee gescheiden „kanalen” te registreren. Men spreekt dan van *stereofonie*. Hierbij wordt het geluid opgenomen met twee microfoons, die op enige afstand van elkaar zijn opgesteld. De beide hierdoor verkregen elektrische trillingen worden via twee versterkers afzonderlijk vastgelegd op een magnetische band of (volgens een bijzonder systeem) op een grammofoonplaat (fig. 7).

Bij het afspelen worden de beide „kanalen” eveneens gescheiden weergegeven via twee versterkers en twee luidsprekers. Wie ooit stereofonische geluidsweergave heeft gehoord, weet dat het bereikte resultaat inderdaad verrassend kan zijn.

Tenslotte nog iets over een interessante mogelijkheid, die aan geluidsregistratie is verbonden, n.l. het toevoegen van nagalm aan het weergegeven geluid. Ook nagalm is een verschijnsel, dat direct verbonden is met het begrip „ruimte”. Het maakt, dat eenzelfde geluidsbron, bijv. een zangkoor, in een grote zaal of kerk heel anders klinkt dan in een repetitielokaal.

Eén van de methoden om aan weergegeven geluid kunstmatig nagalm toe te voegen, is afgebeeld in fig. 8. Langs de rand van een snel ronddraaiende schijf zijn een magnetische opnamekop, enkele weergavekoppen en een wiskop geplaatst. Terwijl een elektrische trilling wordt weergegeven, wordt een gedeelte ervan door de opnamekop geregistreerd in het magnetische materiaal van de schijftrand en met zeer korte tijdsverschillen weer door de weergavekoppen „afgelezen”. Door de in deze koppen opgewekte, vertraagde elektrische trillingen via versterkers aan verschillende luidsprekers toe te voeren, wordt kunstmatig nagalm verkregen. Met een dergelijke installatie is het mogelijk in een kleine zaal muziek te doen klinken, alsof deze in een kathedraal ten gehore werd gebracht.

Een verdere uitbreiding van dit systeem is de combinatie van stereofonie en nagalm, waaraan men de naam „ambiofonie” heeft gegeven.

(wordt vervolgd)

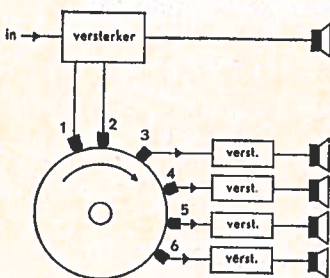


Fig. 8. Principe van een nagalm-installatie, waarbij gebruik wordt gemaakt van een snel ronddraaiende schijf, die aan de rand is voorzien van een magnetische laag. 1 = wiskop; 2 = opnamekop; 3 t/m 6 = weergavekoppen.

ELEKTRICITEITSLEER III

48-68

Spanningsverlies in geleidingen

In het vorige nummer hebben we gezien, dat de spanning, welke van de stroombron op een stroomketen geschakeld is, per ohm weerstand geleidelijk afneemt bij het gaan van + naar —.

Het spanningsverlies in een bepaald gedeelte van de keten kon worden berekend uit $U = I \times R$, waarin $I =$ de stroom en $R =$ de weerstand van het deel van de keten. In de vraagstukken werden alleen de feitelijke weerstanden in rekening gebracht; verwaarloosd werd, dat de verbindingsdraden ook weerstand hebben en dat hierin dus ook spanningsverlies optreedt.

Dat hierbij een fout wordt gemaakt blijkt praktisch het duidelijkst, wanneer men een lange sliert illuminatielampjes ziet gloeien. De lampjes, welke het dichtst bij het voedingspunt zitten, gloeien feller dan die, welke op het einde van de geleiding zijn aangebracht.

We willen dit eens met een rekenvoorbeeld gaan controleren, waarbij we tamelijk grote lampen op een te dunne geleiding aansluiten.

In fig. 1 zijn 10 parallel geschakelde lampen getekend, welke op een spanning van 220 V zijn aangesloten. Elke lamp gebruikt 1 A en de weerstand van elk vak dubbeldraden (dus van a tot b, van b tot c, enz.) bedraagt 1 ohm. De 10 lampen gebruiken tezamen dus $10 \times 1 = 10$ A.

In het eerste vak van de batterij tot a treedt dus al een spanningsverlies op van $10 \times 1 = 10$ V, zodat de spanning in a = $220 - 10 = 210$ V.

Van a tot b loopt een stroom van 9 A, de spanningsdaling is $9 \times 1 = 9$ V; de spanning tussen de punten b bedraagt dus nog $210 - 9 = 201$ V.

Op dezelfde wijze doorgerekend vinden we de volgende spanningen:

- in c: $201 - 8 = 193$ V
- in d: $193 - 7 = 186$ V
- in e: $186 - 6 = 180$ V
- in f: $180 - 5 = 175$ V
- in g: $175 - 4 = 171$ V
- in h: $171 - 3 = 168$ V
- in i: $168 - 2 = 166$ V
- in j: $166 - 1 = 165$ V.

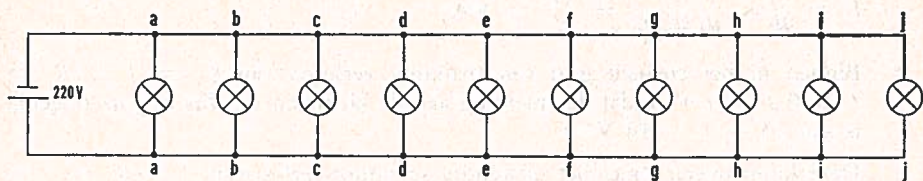


FIG. 1

De 10e lamp krijgt dus nog maar 165 V tussen de klemmen en zal dus lang niet helder gloeien.

De aandachtige lezer zal dan terecht opmerken, dat de opgenomen stroom dan ook geen 1 A meer is. Inderdaad is dit het geval!

Wanneer we de reeks lampen nog groter maken, zal het spanningsverschil steeds kleiner worden en tenslotte zullen de lampen in het geheel niet meer gloeien.

Men moet dus steeds zorgen voor voldoende dikke geleidingen; de elektriciteitsbedrijven hebben een maximum toelaatbaar spanningsverlies voorgeschreven. Blijkt men door de grote stroom van het verbruiksapparaat hierboven te komen, dan moeten de toevoergeleidingen dikker genomen worden.

In de telefooncentrales hebben we ermee te maken bij het voeden van de auto-maat vanuit de machinekamer. Bij een verbruik van bijv. 2000 A is het nodig de voedingsbaar langs de automatenrijen in delen te knippen, zodat elk deel zijn eigen toevoerkabel vanuit de kelder kan krijgen.

Inwendige weerstand van een stroombron

We zullen later zien, hoe een stroombron in staat is elektriciteit te leveren. Wanneer aan het einde van een stroomketen, dat is de — pool van een batterij of dynamo, de potentiaal tot 0 V gedaald is, dan is het alsof in de stroombron bij deze — pool een pomp staat te werken, die de potentiaal weer tot bijv. 220 V omhoog voert. Het daardoor ontstane spanningsverschil van 220 V noemt men de *elektromotorische kracht* of *emk* (E) van de batterij of van de dynamo.

Van de — pool naar de + pool moet de stroom door de batterij zijn weg vinden. Daar deze ook weerstand kan bieden, ligt het voor de hand, dat tijdens het vervoer door deze weerstand reeds een deel van de opgewekte spanning verloren gaat. Men spreekt dan ook van het *inwendig spanningsverlies* $U_v = I \times R_i$, in tegenstelling tot het *uitwendig spanningsverlies* $U_k = I \times R_u$. Deze laatste vormt de spanning, welke *op de klemmen van de batterij* beschikbaar blijft voor de stroomvoering door de uitwendige keten; vandaar de naam *klemspanning* U_k .

In fig. 2 is de inwendige weerstand van de batterij $R_i = 0,2 \Omega$ in serie geschakeld met de uitwendige weerstand $R_u = 2,8 \Omega$. De totale weerstand in de keten is dus $0,2 + 2,8 = 3 \Omega$.

Volgens de wet van Ohm is dan:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_i + R_u} = \frac{15}{3} = 5 \text{ A.}$$

Binnen in het element gaat een spanning verloren van $U_v = I \times R_i = 5 \times 0,2 = 1 \text{ V}$, zodat de spanning aan de klemmen U_k dus nog maar gelijk is aan $15 - 1 = 14 \text{ V}$.

Deze komt overeen met het uitwendig spanningsverlies van: $I \times R_u = 5 \times 2,8 = 14 \text{ V}$.

Resumerende kan men dus de volgende formules onthouden:

$$E = I \times R_i + I \times R_u$$

$$U_k = I \times R_u$$

$$U_v = I \times R_i$$

$$U_k = E - U_v$$

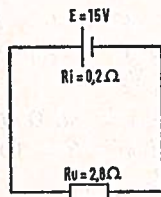


FIG. 2

Vraagstukken:

Bereken in de vraagstukken I t/m 5: R_i , I , de spanning aan de klemmen van de weerstand en het spanningsverlies, dat in elke draad optreedt:

1. Een weerstand van 24Ω is door twee draden, die elk een weerstand hebben van 2Ω , aangesloten op een spanning van 140 V .
2. Een weerstand van 104Ω is door twee draden, die elk een weerstand hebben van 3Ω , aangesloten op een spanning van 220 V .
3. Een weerstand van 95Ω is door twee draden, die elk een weerstand hebben van $0,5 \Omega$, aangesloten op een spanning van 48 V .
4. Een weerstand van 55Ω is door 2 draden, elk met een weerstand van $2,5 \Omega$, aangesloten op een spanning van 180 V .
5. Een weerstand van 22Ω is door twee draden, die elk een weerstand hebben van 4Ω , aangesloten op een spanning van 24 V .
6. Een element bezit een E van $1,8 \text{ V}$. Men sluit hierop een weerstand aan van $0,8 \Omega$, waardoor een stroom van 2 A gaat vloeien.

Bereken: R_i , U_k en U_v .

7. Een element heeft een $R_i = 0,08 \Omega$. Terwijl er een stroom van $1,6 \text{ A}$ vloeit, bedraagt de klemspanning $1,312 \text{ V}$.
Bereken: R_u , U_v en E .
8. Op een element wordt een uitwendige weerstand aangesloten van 1Ω . De klemspanning bedraagt $1,6 \text{ V}$, terwijl het inwendig spanningsverlies $0,16 \text{ V}$ groot is.
Bereken: I , R_i en E .
9. Twee in serie geschakelde weerstanden, resp. $0,1$ en $0,2 \Omega$, worden op een element aangesloten, waarvan $E = 2 \text{ V}$ en $R_i = 0,2 \Omega$
Bereken: I , U_k en U_v .
10. Een element met $E = 1,5 \text{ V}$ en $R_i = 0,2 \Omega$ wordt kortgesloten over een ampère meter met een weerstand van $0,1 \Omega$.
Hoeveel wijst de ampèremeter aan?

Antwoorden in het volgend nummer.

Antwoorden van de vraagstukken Elektriciteitsleer II (op blz. 148 en 149 van meinr.)

1. $R_t = 8 + 14 = 22 \Omega$. $U_t = I \times R_t = 4 \times 22 = 88 \text{ V}$.
 $U_1 = 4 \times 8 = 32 \text{ V}$. $U_2 = 4 \times 14 = 56 \text{ V}$.
2. $R_t = 15 + 9 = 24 \Omega$. $I = U_1 : R_1 = 45 : 15 = 3 \text{ A}$.
 $U_t = I \times R_t = 3 \times 24 = 72 \text{ V}$. $U_2 = 3 \times 9 = 27 \text{ V}$.
3. $R_t = 7 + 12 + 18 = 37 \Omega$. $I = U_2 : R_2 = 30 : 12 = 2,5 \text{ A}$.
 $U_t = I \times R_t = 2,5 \times 37 = 92,5 \text{ V}$. $U_1 = 2,5 \times 7 = 17,5 \text{ V}$.
 $U_3 = 2,5 \times 18 = 45 \text{ V}$.
4. $R_t = 5 + 10 + 17 + 4 = 36 \Omega$. $U_t = I \times R_t = 6 \times 36 = 216 \text{ V}$.
 $U_1 = 6 \times 5 = 30 \text{ V}$. $U_2 = 6 \times 10 = 60 \text{ V}$. $U_3 = 6 \times 17 = 102 \text{ V}$.
 $U_4 = 6 \times 4 = 24 \text{ V}$.
5. $I = U_1 : R_1 = 30 : 15 = 2 \text{ A}$. $R_t = U_t : I = 180 : 2 = 90 \Omega$.
 $R_3 = R_t - (R_1 + R_2 + R_4) = 90 - (15 + 36 + 17) = 90 - 68 = 22 \Omega$.
 $U_2 = 2 \times 36 = 72 \text{ V}$. $U_3 = 2 \times 22 = 44 \text{ V}$. $U_4 = 2 \times 17 = 34 \text{ V}$.
6. $R_2 : R_3 = U_2 : U_3 = 60 : 84 = 5 : 7$. $R_2 + R_3 = R_t - R_1 = 42 - 6 = 36 \Omega$.
 $R_2 = \frac{5}{12} \times 36 = 15 \Omega$. $R_3 = \frac{7}{12} \times 36 = 21 \Omega$.
 $I = U_2 : R_2 = 60 : 15 = 4 \text{ A}$.
 $U_t = I \times R_t = 4 \times 42 = 168 \text{ V}$. $U_1 = I \times R_1 = 4 \times 6 = 24 \text{ V}$.
7. $R_t = 52,5 + 600 = 652,5 \Omega$. $I = U : R_t = 13050 : 652,5 = 20 \text{ mA}$.
 $\text{Afstand} = l = \frac{R \times A}{\rho} = \frac{52,5 \times 1,5}{0,0175} = \frac{525 \times 1500}{175} = 3 \times 1500 = 4500 \text{ m}$.
8. $I = U_2 : R_2 = 60 : 12 = 5 \text{ A}$. $R_1 = U_1 : I = 45 : 5 = 9 \Omega$.
 $R_t = 180 : 5 = 36 \Omega$. $R_3 + R_4 = 36 - 9 - 12 = 15 \Omega$. $R_3 : R_4 = 1 : 2$.
 $R_3 = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \Omega$. $R_4 = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \Omega$.
 $U_3 = I \times R_3 = 5 \times 5 = 25 \text{ V}$.
9. $R = \frac{l \times \rho}{A} = \frac{200 \times 0,0175}{0,5} = \frac{2 \times 17,5}{5} = 7 \Omega$.
 $U = I \times R = 0,2 \times 7 = 1,4 \text{ V}$.
10. $R_{0,8} = \frac{1000 \times 0,0175}{0,785 \times 0,8 \times 0,8} = 34,83 \Omega$; reken 35Ω per km.
 $R_{0,6} = \frac{1000 \times 0,0175}{0,785 \times 0,6 \times 0,6} = 61,59 \Omega$; reken 62Ω per km.

Het projecteren van lokale kabelnetten V

(Vervolg van blz. 113)

49-68

Kabelkasten van beton

Aangezien deze kasten goedkoper zijn dan speciaal gemetselde stenen gebouwtjes, snel kunnen worden geplaatst en zodanig gemakkelijk verplaatsbaar zijn, dat ze tot economische werkmethoden kunnen leiden, dient er in voorkomende gevallen naar te worden gestreefd, deze betonnen kabelkasten als huisvesting voor een kabelverdelers toe te passen.

De Chef Nettenbouw onderzoekt vooraf de mogelijkheid tot plaatsing van zulk een kast op een door hem geschikt geachte plaats. De benodigde grond kan door eigenaren en/of beheerders beschikbaar gesteld worden:

- a. zonder dat enige vergoeding wordt gevraagd, in welk geval de directie van het telefoondistrict om een gebruiksvergunning verzoekt; tegen de betaling van een redelijke vergoeding voor precariorechten behoeft geen bezwaar te worden gemaakt.
- b. tegen een jaarlijkse vergoeding (huur).
- c. door eigendomsoverdracht (verkoop).

De afhandeling van de gevallen onder b en c geschiedt vanwege de Centrale Directie.

Indien het plaatsen van een betonnen kast op overwegende bezwaren stuit, dient te worden getracht de kabelverdelers onder te brengen in een daarvoor geschikte ruimte in een gebouw, bijv. in een sousterrain, een garage-box of iets dergelijks. De realisering hiervan is in belangrijke mate afhankelijk van het tijdstip, waarop met een evt. bouwer van een perceel contact wordt opgenomen. Wanneer reeds bij het ontwerp van een bouwobject rekening kan worden gehouden met het onderbrengen van een kabelverdelers, waarbij over een kabelinvoeropening moet kunnen worden beschikt, kan een belangrijke besparing aan kosten en tijd worden verkregen. Het bovenstaande wordt in nauwe samenwerking met de Centrale Directie geregeld, o.a. in verband met de eisen, waaraan de ruimte moet voldoen.

Tegen het bouwen van een afzonderlijk kabelverdeelhuisje bestaat bezwaar uit een oogpunt van de kosten. Voorstellen tot het vestigen van op zich zelf staande kabelverdeelhuisjes zullen dan ook slechts bij hoge uitzondering in overweging kunnen worden genomen; dan moeten ook wel alle andere mogelijkheden ontbreken.

Tegen het ontwerpen van een ruimte voor een kabelverdelers tezamen met en in een gebouwtje van andere bedrijven, waarin bijv. ook een hoogspanningstransformator, een gasdrukregelstation of andere soortgelijke apparatuur zal worden ondergebracht, bestaan wel bezwaren. In principe wordt dit dan ook niet gedaan.

Verklaring van de benamingen voor betonnen kabelkasten

De benamingen B 3.50.93, B 12.92.170 en B 20.170.170 zijn een samenvatting van de gegevens betreffende deze kabelkasten.

De *B* duidt op beton, het materiaal waar de kast van gemaakt is. Het eerste getal achter de *B*, nl. 3, 12 of 20 geeft het maximum aantal kabels met 300 dubbeldraden aan, dat in de genoemde kast kan worden ingevoerd en afgewerkt.

De getallencombinaties 50.93, 92.170 en 170.170 geven in centimeters uitgedrukt de inwendige afmetingen van de kasten aan; ze zijn dus resp. 50 x 93 cm, 92 x 170 cm en 170 x 170 cm.

De hoogte van de kasten is in deze code niet aangegeven.

In de praktijk worden de afmetingen vrijwel steeds weggelaten, zodat langzamerhand de codering B 3, B 12 en B 20 is ontstaan.

Toepassingsmogelijkheden van de kabelkasten

I. Kast type B 3.50.93.

a. Als verdeelkast in lokale kabelnetten voor het verkrijgen van een betere bezetting van de voedingskabels. Geschikt voor max. 3 stuks 300 ddr-kabels; fig. 1.

b. Voor het doorverbinden van twee interlokale kabels met verschillende aderdiameters.

c. Voor het invoeren van aftakkingen op interlokale kabels; deze kabels kunnen zelf ook zijn ingevoerd en afgewerkt.

d. Voor de overgang van een interlokale kabel op het lokale kabelnet. Hierbij zijn in een later nog te vormen centrale-gebied de lokale telefoonaansluitingen via de reeds gelegde interlokale kabel op de centrale in het centrum of op een ander net tot stand gebracht; de kast staat dan meestal op de plaats van de toekomstige centrale.

e. Als versterkerkast voor het opstellen van maximum 4 versterkerpanelen voor toepassing van draaggolftelefonie op ontpupiniseerde aders in een laag-frequentkabel van bijv. 54 of 96 ddrn.

Het wordt aangeduid als het „straatkastensysteem”, hetwelk in de toekomst weer wordt verlaten.

II. Kast type B 12.92.170.

Kan evt. met ventilatierand in de kap van de kast worden geleverd.

a. Als verdeelkast in lokale netten; geschikt voor max. 12 stuks 300 ddr-kabels; fig. 2.

b. Als reductorkast.

Wanneer in vorenstaand geval I d het aantal abonnees groter is dan de capaciteit van de interlokale kabel, dan kan in een kast van dit type een reductor worden geplaatst, waardoor het mogelijk wordt om 49 abonnees via 13 ddrn aan te sluiten.

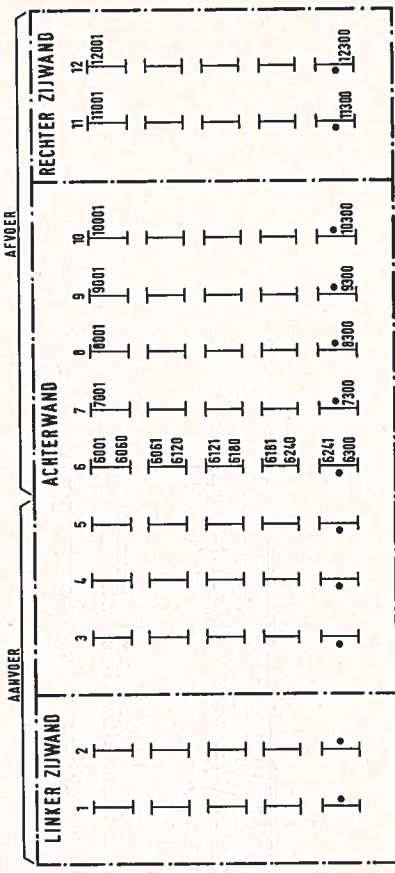


FIG. 2

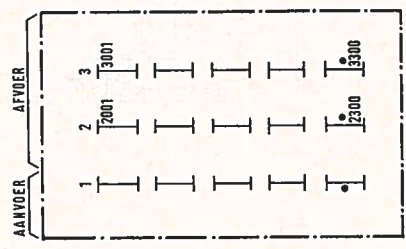


FIG. 1

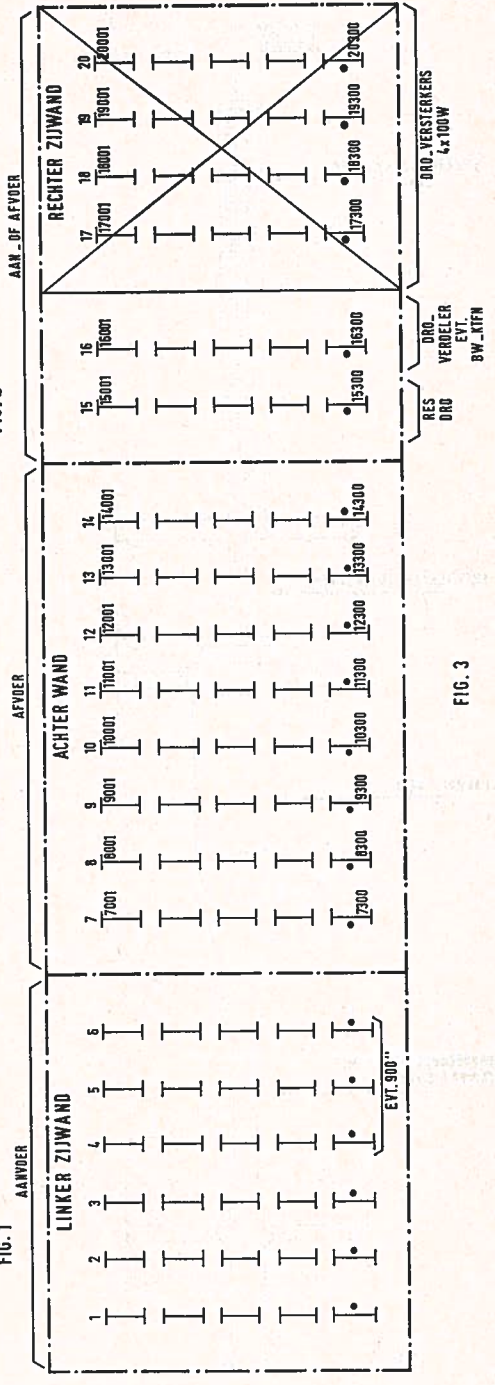
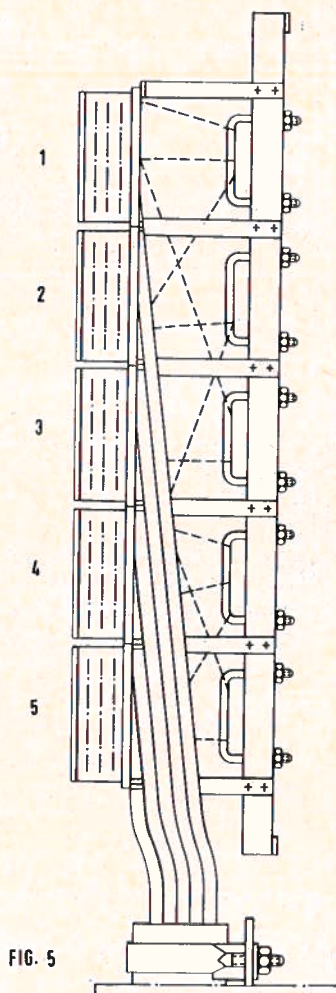
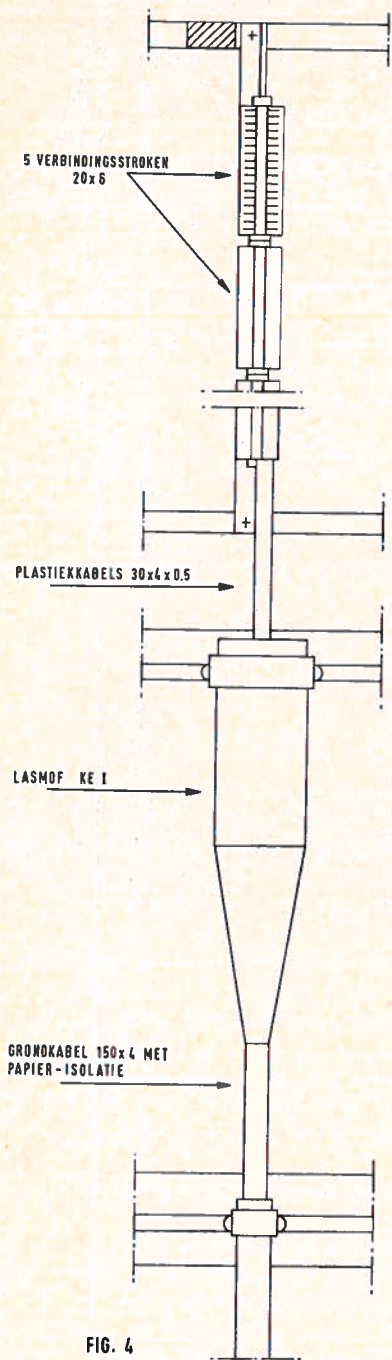


FIG. 3



c. als versterkerkast voor de draadomroep, voor het onderbrengen van apparatuur voor het voeden van een stadsdeel.

d. gecombineerd als verdeelkast/dro-versterkerkast.

Door in plaats van 12 stuks slechts 10 kabels binnen te brengen, komt er ruimte voor plaatsing van een dro-splitsversterkerrek ten behoeve van de voeding van een net op laag niveau.

III. Kast type B 20.170.170.

Kan evt. met ventilatierand in de kap worden geleverd.

a. Als verdeelkast in lokale kabelnetten; geschikt voor max. 20 stuks 300 ddr-kabels; fig. 3.

b. Als verdeelkast/dro-versterkerkast in netten, waar „stap“-aansluitingen voor telefoon en draadomroep worden gemaakt. Er kunnen dan max. 15 stuks 300 ddr-kabels worden ingevoerd, terwijl er plaats komt voor de dro-versterkerrekken en 1 stijl voor het aanbrengen van de dro-verdeler met evt. verbindingstroken voor kerktelonen en brandwekkers. Zo nodig kan stijl 15 nog worden benut voor het aanbrengen van dro-veiligheidsstroken en/of transformatoren.

In plaats van 3 stuks 300 ddr-kabels kan hier ook èèn 900 ddr-kabel worden ingevoerd.

Overzicht van het toe te passen materieel en de opstelling ervan

Van elke grondkabel met 300 ddrn wordt de lasmof KE I (01-5555) met een beugel KE I (01-5565) vertikaal aangebracht op bevestigingsijzers, welke tegen de achterwand en bij de B 12 en B 20 ook tegen de zijwanden worden aangebracht; zie fig. 4.

Hiervoor zijn beschikbaar:

Nlnr	Benaming:	Maximum benodigd voor de kast		
		B 3	B 12	B 20
	<i>Bevestigingsijzers</i>			
01-7612	lang 552 mm		2 stel	
1)	lang 600 mm	1 stel		
01-7630	lang 772 mm	1 stel	1 stel	
01-7640	lang 810 mm	1 stuks	2 stuks	
01-7613	lang 1332 mm			2 stel
01-7611	lang 1524 mm		1 stel	1 stel
01-7635	lang 1570 mm		1 stuks	3 stuks
01-7620	lang 1580 mm		1 stel	3 stel
01-7645	<i>Vertikale stijlen</i>	3 stuks	12 stuks	20 stuks
01-7647	<i>Hoekstijlen</i>		2 stuks	2 stuks

¹⁾ Deze worden i.v.m. het zeer geringe verbruik niet in de magazijnvoorraad opgenomen; van 1 stel bevestigingsijzers (01-7611) kunnen 2 van dergelijke stellen gezaagd worden.



TELLING VAN DE VERBINDINGS-
STROKEN
FIG. 6

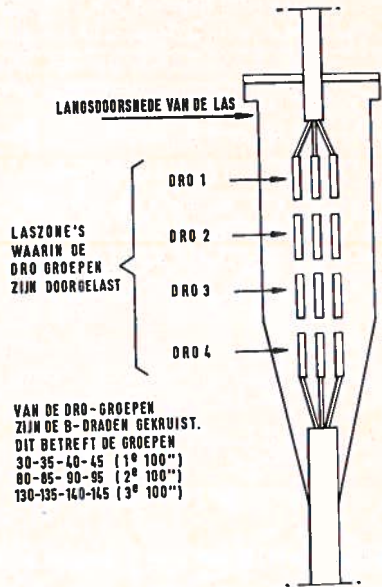


FIG. 7

De grondkabel wordt gelast aan 5 stuks plasteikkabels $30 \times 4 \times 0,5$ (01-3487), welke worden afgewerkt op 5 stuks 6-pens kruisverbindingstroken (73-6782); deze zijn aangebracht op de hiervoor genoemde verticale stijlen.

De telling van de blokken 1 t/m 5 is van boven naar beneden; de kabels worden opgezet als in fig. 5 aangegeven, terwijl de adertelling op de blokken volgens fig. 6 dient te worden aangehouden. De stip naast het 5e blok op elke stijl geeft de zijde aan, waar de kabels moeten worden afgewerkt. De stijlen zijn in elk type kast van links naar rechts genummerd, d.w.z. resp. 1 t/m 3, 1 t/m 12 en 1 t/m 20.

Uit de fig. 1, 2 en 3 blijkt, dat voor de aanvoer- en voor de afvoerkabels bepaalde stijlen zijn aangewezen.

De telling van de aders van de aanvoer wordt gelijk gehouden aan die op de voorgaande verdeler; dat kan de hoofdverdeler in de centrale zijn of nog een andere vóórliggende kabelkast.

De afvoerkabels tellen per stijl van 1-300, hetgeen de overzichtelijkheid ten

goede komt. Door het stijlnummer vóór het adernummer te plaatsen en aldus getallen van 4 en 5 cijfers te vormen, krijgt men kruisverbindingsnummer-series als 2001 t/m 2300, 3001 t/m 3300 enz.

Wanneer een kast B 12 niet direct op volle capaciteit wordt uitgevoerd en er dus minder dan 12 verticale stijlen worden aangebracht, worden de aanvoer-stijlen geplaatst in de volgorde 5-4-3-2-1, de afvoer van 6 t/m 12. Dit geldt ook voor de kast B 20: aanvoerstijlen van 6 t/m 1, afvoer van 7 t/m 20.

Fig. 3 toont ook het geval, waarbij in een kast B 20 een dro-versterkerinstal-latie is voorzien; in het secundaire net worden dan in de stap-aansluitingen telefoon- en/of dro-verbindingen gemaakt. Bij het maken van de lasmof dient er rekening mede te worden gehouden, de dro-groepen te lassen als in fig. 6 is aangegeven.

Behalve vorenvermeld materieel is er nog voor het verkrijgen van een goede aardverbinding en een bordje, om in voorkomende gevallen de brandweer te waarschuwen, dat ze binnen de kast niet met water mogen spuiten.

Nlnr	Benaming:	Benodigd voor de kast:		
		B 3	B 12	B 20
45-1924	Aardbeugels	3 stuks	12 stuks	20 stuks
45-1926	Aardbeugels		12 stuks	20 stuks
45-1927	Aardbeugels		12 stuks	20 stuks
45-5580	Plat koper 20 × 2 mm	1,50 m	4,20 m	6 m
45-8335	Aardringen	1 stuks	1 stuks	1 stuks
73-0200	Aardbouten	1 stuks	1 stuks	1 stuks
04-0780	Brandweerwaarschuwingborden	1 stuks	1 stuks	1 stuks

Het verschil tussen de 3 soorten aardbeugels houdt verband met de diameter van de loodmantel van de grondkabel; men raadplege hiervoor de naamlijst.

(wordt vervolgd)

★ ★

★

Rekenkunde IV

(Vervolg van blz. 155)

50-68

We noemden deze artikelenreeks: *Rekenkunde voor het 1-onderzoek*. Nu we ermee aan het schrijven zijn, ondervinden we, dat er bijna niet aan te ont-komen is, toch ook de beide bewerkingen: *Machtsverheffen* en *Worteltrekken* erbij te behandelen. Voor de voor het onderzoek A 1, B 1 enz. studerenden is het niet erg iets meer te weten dan er gevraagd wordt. Wanneer ze deze begrippen ook kennen, wordt het bewerken van de vier wél vereiste: *Optel-len*, *Aftrekken*, *Vermenigvuldigen* en *Delen* er des te gemakkelijker door. Van-daar dat we er in dit nummer mee beginnen.

Machten

Hierbij sluiten we aan bij de gedurige producten in het aprilnummer. Indien daarvan alle factoren gelijk zijn, dan spreken we van een *macht*. Het aantal van de factoren wordt de *graad* of de *exponent* van de macht genoemd. De macht van een getal geeft men aan met een klein cijfer, rechts bovenaan het getal.

$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$; dit is de *vierde macht* van 5 en men leest dit: 5 tot de 4e macht of kortweg: 5 tot de 4e.

Het berekenen van de macht van een getal noemt men *machtsverheffen*.
19e eigenschap: Een product wordt tot een macht gebracht door elk van de factoren tot die macht te verheffen.

$$(2 \times 7 \times 5)^3 = (2 \times 7 \times 5) \times (2 \times 7 \times 5) \times (2 \times 7 \times 5) = 2 \times 7 \times 5 \times 2 \times 7 \times 5 \times 2 \times 7 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 7^3 \times 5^3.$$

20e eigenschap: Het product van twee machten van een zelfde getal is gelijk aan een macht van dat getal, met als exponent de som van de beide exponenten.

$$5^3 \times 5^2 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$$

Worteltrekking

Worteltrekken is de omgekeerde bewerking van machtsverheffen.

Onder de 2e machtswortel uit een getal verstaat men een ander getal, dat tot de 2e macht gebracht, het eerste getal oplevert.

De wortel uit een getal wordt aangegeven door het teken $\sqrt{\quad}$. De macht van de wortel wordt aangeluid door een getal, dat in het wortelteken is geplaatst.

Dus: $\sqrt{25} = 5$, omdat $5^2 = 25$.

$$\sqrt{49} = 7, \text{ omdat } 7^2 = 49.$$

Zo heeft men bijv. ook de 3e machtswortel, de 4e machtswortel enz.

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ omdat } 3^3 = 27. \sqrt[5]{32} = 2, \text{ omdat } 2^5 = 32.$$

Wanneer de 2e machtswortel bedoeld wordt, laat men het cijfer 2 in het wortelteken meestal weg en spreekt dan kortweg van: de wortel uit $81 = 9$.

Daar: $1 \times 1 = 1$ en $1 \times 1 \times 1 = 1$ enz., is dus: $1 = 1^2 = 1^3 = 1^4$ enz., maar dan is ook: $1 = 2\sqrt[2]{1} = 3\sqrt[3]{1} = 4\sqrt[4]{1}$ enz.

Elke machtswortel uit 1 is dus gelijk aan 1 en 1 tot iedere macht = 1.

Om snel te kunnen rekenen is het goed de volgende wortels te onthouden:

$$\sqrt{4} = 2; \sqrt{9} = 3; \sqrt{16} = 4; \sqrt{25} = 5; \sqrt{36} = 6; \sqrt{49} = 7; \\ \sqrt{64} = 8; \sqrt{81} = 9 \text{ en } \sqrt{100} = 10.$$

21e eigenschap: De wortel uit een product is gelijk aan het product van de gelijkmatige wortels uit de factoren onder het wortelteken.

$$\sqrt{9 \times 25 \times 36} = \sqrt{9} \times \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 3 \times 5 \times 6 = 90.$$

Omgekeerd is dus ook:

$$\sqrt{16} \times \sqrt{49} \times \sqrt{25} = \sqrt{16 \times 49 \times 25} \text{ of:}$$

22e eigenschap: Het product van enige gelijkmatige wortels is gelijk aan de gelijknamige wortel uit het product van de getallen onder de worteltekens.

N.B. De streep aan het wortelteken bepaalt de lengte van de vorm, welke onder het wortelteken wordt gerekend. $\sqrt{\quad}$

23e eigenschap: De wortel uit een quotiënt is gelijk aan het quotiënt van de gelijknamige wortels uit deeltal en deler of uit teller en noemer.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}; \quad \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}$$

of het omgekeerde:

$$\sqrt{64} : \sqrt{36} = \sqrt{64 : 36} = \sqrt{\frac{64}{36}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Om te zien of een getal een kwadraat is van een geheel getal, kan men dat getal in factoren ontbinden; wanneer dan van elk der verschillende factoren een *even* aantal voorkomt, dan is het getal een kwadraat.

24e eigenschap: De wortel uit een even macht van een getal is gelijk aan dat getal, tot een macht, gelijk aan de helft van de eerste macht.

$$\sqrt{12^6} = 12^3; \quad \sqrt{34^{16}} = 34^8$$

$$784 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^4 \times 7^2.$$

$$\sqrt{784} \text{ is dus } 2^2 \times 7 = 4 \times 7 = 28.$$

Van grotere kwadraten zullen we de wortel moeten uitrekenen. Aan de hand van enkele voorbeelden willen we de manier hiervoor aangeven. Daar $1^2 = 1$, $10^2 = 100$, $100^2 = 10000$, $1000^2 = 1000000$ enz., is dus het kwadraat van een getal van één cijfer, een getal van 1 of 2 cijfers. Een kwadraat van een getal van 2 cijfers is een getal van 3 of 4 cijfers; een kwadraat van een getal van 3 cijfers is een getal van 5 of 6 cijfers. Omgekeerd zal dus de wortel uit een getal van 4 cijfers worden een getal van 2 cijfers, uit een getal van 6 cijfers weer een getal van 3 cijfers enz.

Gevraagd: $\sqrt{5476}$.

We verdelen het getal in groepen van 2 cijfers, te beginnen van *rechts*, zodat we dus krijgen 54/76. De oplossing schrijven we in de vorm van een deling, als in onderstaand voorbeeld.

$$\begin{array}{r} \sqrt{54|76} = 74 \\ 7^2 = \underline{49} \\ 5 \ 76 \\ 144 \times 4 = \underline{5 \ 76} \\ 0 \end{array}$$

We zoeken nu eerst het kwadraat, dat het dichtst onder 54 ligt; dit is $49 = 7^2$. De 7 plaatsen we achter het = teken, schrijven 49 onder 54 en trekken 49 van 54 af. Achter het getal dat de rest vormt, schrijven we de volgende groep van 2 cijfers en vinden dan: 576. Vóór dit getal schrijven we $2 \times$ het getal, dat we achter het = teken reeds hebben gevonden; in dit geval dus $2 \times 7 = 14$. Nu moeten we achter 14 een cijfer zoeken, zódanig, dat het dan gevormde getal, vermenigvuldigd met dit laatste cijfer, gelijk is aan, of het getal 576 zo dicht mogelijk nadert. Dit is dus het cijfer 4, omdat $144 \times 4 = 576$. Er blijft dus geen rest over, waaruit blijkt, dat het getal 5476 juist een kwadraat is van een geheel getal.

We geven nog een paar voorbeelden:

$$\begin{array}{r} \sqrt{32|71|84} = 572 \\ 5^2 = \underline{25} \\ 7 \ 71 \\ 107 \times 7 = \underline{7 \ 49} \\ 22 \ 84 \\ 1142 \times 2 = \underline{22 \ 84} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \sqrt{8|23|69} = 287 \\ 2^2 = \underline{4} \\ 4 \ 23 \\ 48 \times 8 = \underline{3 \ 84} \\ 39 \ 69 \\ 567 \times 7 = \underline{39 \ 69} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{94|98|45|16} = 9746 \\ 9^2 = \underline{81} \\ 13 \ 98 \\ 187 \times 7 = \underline{13 \ 09} \\ 89 \ 45 \\ 1944 \times 4 = \underline{77 \ 76} \\ 11 \ 69 \ 16 \\ 19486 \times 6 = \underline{11 \ 69 \ 16} \\ 0 \end{array}$$

Ontbinden in factoren

Onder het *ontbinden* van een getal *in ondeelbare factoren* verstaat men het bepalen van het gedurig product van de ondeelbare factoren, waarvan de uitkomst gelijk is aan het bedoelde getal.

Het gemakkelijkst doet men dit door eerst te proberen of een getal deelbaar is door 2, daarna door 3, daarna door 5, enz. en men schrijft dit op als in onder-

staand voorbeeld. Een goede kennis van de kenmerken van deelbaarheid — welke in de vorige les werden behandeld — bevordert het snelle werken.

$$441000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^2$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 220500} \\ 110250 \\ 2 \overline{) 110250} \\ 55125 \\ 3 \overline{) 55125} \\ 18375 \\ 3 \overline{) 18375} \\ 6125 \\ 5 \overline{) 6125} \\ 1225 \\ 5 \overline{) 1225} \\ 245 \\ 5 \overline{) 245} \\ 49 \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array}$$

Een getal dat, in factoren onthonden, bestaat uit één of meer factoren van bovenstaand getal, is deelbaar op dat getal.

Bijv. $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$; dus 441000 is deelbaar door 252.

In verband hiermede en met de kenmerken van deelbaarheid, kan men onderzoeken of een getal deelbaar is door een *samengestelde deler*.

Een samengestelde deler is een deler, die gelijk is aan het product van twee of meer ondeelbare factoren.

Een getal zal dus deelbaar zijn door 30 ($= 2 \times 3 \times 5$), wanneer het deelbaar is door 2 en door 3 en door 5; evenzo door 72 ($= 2^3 \times 3^2$), wanneer het deelbaar is door 8 en door 9.

Grootste Gemene Deler

Een getal, dat deelbaar is op twee of meer andere getallen, noemt men *een gemene deler* van die getallen (*gemeen* heeft hier de betekenis van *gelijk*).

Het grootste getal, dat op twee of meer andere getallen deelbaar is, noemt men *de grootste gemene deler* van die getallen (kortweg: G.G.D) Zo is bijv. 4 een gemene deler van 24, 72 en 84. Het is echter niet de grootste, daar deze getallen ook deelbaar zijn door 12.

Hierboven hebben we gezien, dat een getal, indien het deelbaar wilde zijn op een ander, moest bestaan uit enige factoren van dat getal. Nu is:

$$504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

$$700 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5^2 \times 7$$

$$980 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7^2$$

Om deelbaar te zijn op 504, 700 en 980 moet een getal één of meer factoren bevatten, die in elk van de drie bovenstaande voorkomen. Elk getal bevat de factoren 2 en 7. De drie getallen zijn dus deelbaar door $2 \times 7 = 14$.

Daar echter elk van de getallen meer dan één factor 2 bevat, nl. 2, zal 14 niet de grootste gemene deler zijn. De G.G.D. zal zijn $2^2 \times 7 = 28$.

Men gaat dus na, wat van elk van de gemeenschappelijke factoren de *kleinste* exponent is in de drie getallen.

25e eigenschap: De G.G.D. van enige getallen is gelijk aan het produkt van de gemeenschappelijke factoren, elk met de kleinste exponent.

Het ontbinden in factoren kan bij grote getallen nogal wat tijd in beslag nemen. Men kan de G.G.D. van twee getallen echter ook bepalen door het kleinste getal te delen op het grootste, de rest hiervan weer op het kleinste, de nieuwe rest weer op de vorige deler enz., tot de deling tenslotte opgaat.

De laatste deler is dan de G.G.D.

Voorbeeld: Bepaal de G.G.D. van 580 en 3364

Men schrijft dit dan als volgt op:

$$\begin{array}{r} 580 / 3364 / 5 \\ \underline{2900} \\ 464 / 580 / 1 \\ \underline{464} \\ 116 / 464 / 4 \\ \underline{464} \\ 0 \end{array}$$

De G.G.D. is dan 116.

Kleinste Gemene Veelvoud

Het getal 120 kan gedeeld worden door 5, door 10, door 12 en door 20. Een getal, dat deelbaar is door enkele andere, noemt men een *gemeen veelvoud* van die getallen. Zo is 120 een gemeen veelvoud van 5, 10, 12 en 20. Het kleinste getal, dat deelbaar is door enige getallen, heet *het kleinste gemene veelvoud* (K.G.V.) van die getallen. 120 is niet het K.G.V. van de getallen 5, 10, 12 en 20. Het getal 60 is kleiner en kan ook nog door elk van deze getallen worden gedeeld.

Bij de G.G.D. hebben we gezien, dat we deze konden bepalen door de getallen in factoren te ontbinden en dan te zien, welke factoren de getallen gemeen hebben.

Thans hebben we het omgekeerde. We moeten nu een *veelvoud* van enige getallen bepalen. Wil het een veelvoud zijn van één der getallen, dan moet het *tenminste* de factoren van dat getal bevatten.

$72 = 2^3 \times 3^2$. Een veelvoud van 72 zal dus in elk geval 3 factoren 2 en 2 factoren 3 moeten bevatten, bijv. $216 = 2^3 \times 3^3$ of $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$. Willen deze veelvouden van 72 nu ook tegelijk een veelvoud van 63 ($= 3^2 \times$

7) zijn, dan moeten ze naast de genoemde factoren ook nog de factor 7 bevatten.

26e eigenschap: Het K.G.V. van enkele getallen is gelijk aan het product van de ondeelbare factoren, welke in die getallen voorkomen, elk met de grootste exponent, die hij in een van de getallen heeft.

Voorbeeld:

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$189 = 3^3 \times 7$$

Elk gemeen veelvoud moet dus tenminste de factoren 2, 3, 5 en 7 bevatten, terwijl de exponent van 2 minstens 4 moet zijn, die van 3: 3, die van 5: 2 en die van 7 minstens: 1.

Het kleinste getal dat dus een gemeen veelvoud van 240, 200 en 189 kan zijn $= 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 75600$.

Wanneer twee getallen onderling ondeelbaar zijn, dan is hun K.G.V. gelijk aan het product van de getallen; van 7 en 12 is het K.G.V. $7 \times 12 = 84$; van 17 en 24 dus $17 \times 24 = 408$.

Vraagstukken:

(De uitkomsten van de nrs. 1 t/m 4 behoeven niet geheel uitgerekend te worden)

1. $(2 \times 5)^3 =$; $(2^2 \times 5^4)^3 =$; $(2^2 \times 5^4)^3 =$;
 $(2^5 \times 3^3 \times 5^4)^3 =$; $(2^3 \times 3^2 \times 5)^4 =$; $(5 \times 7^2 \times 11^3)^2 =$;
2. $2^4 \times 2^3 =$; $3^8 \times 3^5 =$; $4^9 \times 4^7 =$;
 $5^6 \times 5^2 =$; $6^{12} \times 6^8 =$; $7^{11} \times 7^5 =$;
3. $2^4 : 2^3 =$; $3^8 : 3^5 =$; $4^9 : 4^7 =$;
 $5^6 : 5^2 =$; $6^{12} : 6^8 =$; $7^{11} : 7^5 =$;
4. $\sqrt{98596} =$; $\sqrt{197136} =$;
 $\sqrt{7396} =$; $\sqrt{341504} =$.
5. Ontbind in factoren:
300, 2016, 3080, 49980.
6. Wat is de G.G.D. van 224, 320 en 416?
7. Wat is de G.G.D. van 504, 756 en 1176?
8. Wat is de G.G.D. van 920 en 8464?
9. Bepaal het K.G.V. van 49, 56 en 98.
10. Bepaal het K.G.V. van 21, 35, 45 en 56.

Antwoorden in het volgende nummer.

ANTWOORDEN REKENKUNDE III (van vragen op blz. 155 van meinummer)

- 1 a. Ja, omdat 21 deelbaar is door 3.
b. Neen, omdat 25 niet deelbaar is door 3.
c. Neen, omdat 32 niet deelbaar is door 3.
- 2 a. Ja, omdat 18 deelbaar is door 9.
b. Neen, omdat 13 niet deelbaar is door 9.
c. Neen, omdat 53 niet deelbaar is door 9.

- 3 a. Ja, omdat het op nul eindigt.
 b. }
 c. } Neen, omdat het laatste cijfer geen 5 of 0 is.
4. Ja, omdat $34 - 12 = 22$ deelbaar is door 11.
- 5 a. Neen, omdat 74 niet deelbaar is door 4.
 b. Ja, omdat 68 deelbaar is door 4.
 c. Neen, omdat 51 niet deelbaar is door 4.
- 6 a. Neen, omdat het oneven is en 475 dus niet deelbaar is door 8.
 b. Ja, omdat 848 deelbaar is door 8.
 c. Neen, omdat 670 niet deelbaar is door 8.
7. $6 \times 9 \times 6 = 324$.
8. $6 + 3 + 2 = 11$.
9. 1.
10. Wanneer we het product van de drie factoren boven de breukstreep (3867,1875) en dat van de drie factoren onder de breukstreep (117, 1875) uitrekenen en daarna het laatste product nog op het eerste gaan delen, dan zijn we enige minuten bezig om de uitkomst = 33 te vinden. Bezien we echter eerst de factoren boven en onder de breukstreep, dan zien we dat $37,5 = 6 \times 6,25$, $2,5 = 2 \times 1,25$ en $32,5 = 11 \times 7,5$,

zodat de opgave vereenvoudigd kan worden tot $\frac{11 \times 6 \times 1}{1 \times 2 \times 1} =$

$\frac{66}{2} = 33$. Dat is dus uit het hoofd berekend!



51-68

BEVEILIGING bij onderhoud en herstelwerk
 Het op slot stellen van „uit“-gezette schakelaars en gesloten afsluiters of toegangen tot kritieke apparatuur e.d. tijdens reparatie en onderhoud, behoort tot de nog vrij zeldzame veilige werkgewoonten.

Regelmatig komen nog ongevallen voor door het onverhoeds in werking stellen door derden van een machine of installatie tijdens een revisie of beproeving. Dit te voorkomen eist een stringente procedure, die uitsluitend van de bedrijfsleiding kan uitgaan. Het gebruik hiervan dient met alle chefs en medewerkers te worden besproken en vervolgens duidelijk te worden vastgelegd.

Antwoorden van de oefenvraagstukken XVI (op blz. 156 meinummer)

1. 2,11
2. 2,122
3. $22 \times 6 \times 5 = 660$
4. $198 : 33 = 6$
5. 3627, 20102
6. 3,8
7. 8
8. 35
9. 2
10. $2\frac{1}{2}$
11. $I_2 = I_1 - 6; I_3 = I_2 + 2 = I_1 - 6 + 2 = I_1 - 4.$
 $I_1 + I_2 + I_3 = 59.$
 $I_1 + (I_1 - 6) + (I_1 - 4) = 59;$
 $3I_1 = 59 + 10 = 69;$
 $I_1 = 23 \text{ A}; I_2 = 23 - 6 = 17 \text{ A}; I_3 = 23 - 4 = 19 \text{ A}.$
12. $R_2 = R_1 - 15; R_3 = R_2 + 12 = R_1 - 15 + 12 = R_1 - 3;$
 $R_4 = 2 R_3 = 2 (R_1 - 3) = 2 R_1 - 6.$
 $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 86;$
 $R_1 + (R_1 - 15) + (R_1 - 3) + (2R_1 - 6) = 86$
 $5 R_1 = 110; R_1 = 22 \Omega; R_2 = 22 - 15 = 7 \Omega; R_3 = 22 - 3 = 19 \Omega; R_4 = 2 \times 22 - 6 = 38 \Omega.$
13. In fig. 1 is het voorwerp van 800 N getekend, dat door de kracht $K = 150 \text{ N}$ wordt verplaatst. Er moet dus een kracht K_2 in horizontale richting op werken.

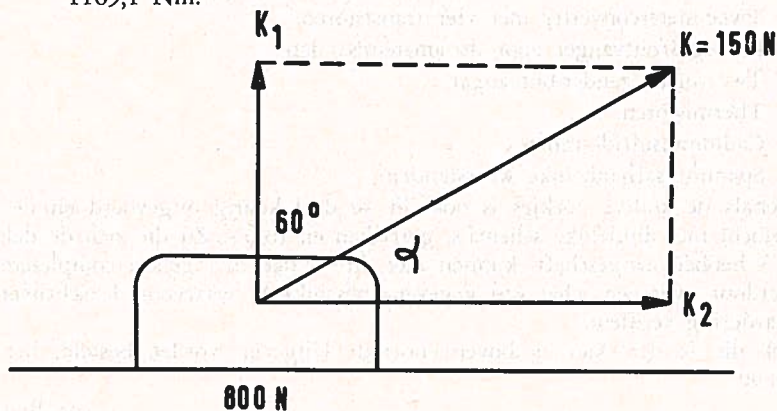
De uitgeoefende kracht K vormt een hoek van 30° met K_2 .

Uit de goniometrie weten we, dat

$$\cos \alpha = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{K_2}{K}; \cos 30^\circ = 0,866;$$

Dus: $0,866 = K_2 : K; K_2 = 0,866 \times 150 = 129,9 \text{ N}$

De verrichte arbeid $W = \text{kracht } (K_2) \times \text{weg } (s) = 129,9 \times 90 = 1169,1 \text{ Nm}.$



14. Het totale gewicht = $8000 + 6000 = 14000$ N.
 De afgelegde weg per seconde = $15 : 20 = 0,75$ m.
 Het vermogen $P = 14000 \times 0,75 = 10500$ Nm/s.
15. $E_t = 3 \times 1,4 = 4,2$ V; $R_t = 0,45 + 3 \times 0,05 = 0,6 \Omega$;
 $I = E : R = 4,2 : 6 = 7$ A;
 $U_v = I \times R_i = 7 \times 0,15 = 1,05$ V; $U_k = E - U_v = 4,2 - 1,05 = 3,15$ V.
16. Noem de oorspronkelijke weerstand R , de aangelegde spanning U en de stroom I . Dan is $U = R \times I$.
 Uit de gegevens vinden we de vergelijkingen:
 $U - 95 = (R - 10) \times (I - 1)$ of:
 $R.I - 95 = R.I - 10 I - R + 10$ of:
 $10 I + R = 105$ (1) en:
 $U - 80 = (R - 1) \times (I - 3)$ of:
 $R.I - 80 = R.I - I - 3 R + 3$ of:
 $I + 3 R = 83$ of:
 $10 I + 30 R = 830$ (2)
 Uit (2) - (1) volgt: $29 R = 725$; $R = 25 \Omega$;
 $I = (105 - 25) : 10 = 8$ A; $U = 8 \times 25 = 200$ V.

Boekbespreking

52-68

Van de N.V. Uitgeversmaatschappij Æ. E. Kluwer te Deventer ontvingen wij ter Uwer oriëntering deel 4 van „Transistoren”, theorie en praktijk, door J. H. Jansen.

Deel 1 en 2 bespraken wij reeds in het augustusnummer, deel 3 in het novembernummer 1967 van het Studieblad.

In dit 4e en tevens laatste deel van deze serie worden de volgende hoofdstukken behandeld:

1. Geluidsversterkers met transformatorloze eindtrappen.
2. Twee-meterconverter met vier transistoren.
3. Kortegolfontvanger voor de amateurbanden.
4. Twee-meter-zender-ontvanger.
5. Thermistoren.
6. Cadmiumsulfide-cellen.
7. Spanningsafhankelijke weerstanden.

Evenals de andere boekjes is ook dit 4e deel keurig uitgevoerd en de tekst verlicht met duidelijke schema's, grafieken en foto's. Zij die zich de delen 1, 2, 3 hebben aangeschaft, kunnen met dit 4e deel het geheel completeren en daardoor over een schat van gegevens beschikken, waarvoor de schrijver alle waardering verdient.

Ook dit 4e deel kan bij bovengenoemde Uitgever worden besteld, het kost f 8,90.

de Redactie.